

Programa de Pós-Graduação em Matemática
Universidade Federal do Paraná

XV Simpósio de Álgebra
Livro de Resumos

6 e 7 de março de 2025
Curitiba – PR

Comitê Organizador

- Prof. Marcelo Muniz Silva Alves (UFPR)
- Prof. Edson Ribeiro Alvares (UFPR)
- Profa. Maria Eugenia Martin (UFPR)

Comitê Científico

- Prof. Edson Ribeiro Alvares (UFPR)
- Prof. Marcelo Muniz Silva Alves (UFPR)
- Prof. Mikhailo Dokuchaev (IME-USP)

Apoio



Sumário

Computação das invariantes de álgebras de Lie	3
τ -Hochschild (co)-homology, a τ pergunta de Happel, e a τ conjectura de Han	4
Globalização de ações parciais e homs internos	5
Complexos de cocadeia sobre um endofuntor: Uma abordagem homológica	6
Ações Parciais de uma extensão de Hopf-Ore	7
From the homotopy category of projective modules over gentle algebras to poset representations	8
There aren't many blocks with infinite dihedral pro-2 defect group.	9
A relative homology criteria of smoothness	10
Par combinado de álgebras de Hopf fracas	11
Módulos lineares condensados	12
Constructing asymptotically Z -stable bundles over projective surfaces	13
Subcategorias 2-Cluster Tilting de Álgebras de Incidência de Tipo de Representação Finita	14
Cyclic Extensions and AG-Codes	15
Some results on recognition of permutation modules	16
Sobre a Construção de Sistemas Estratificantes	17

Values of the length function for non-associative algebras	18
The Hochschild cohomology ring for monomial algebras	20
A homologia das álgebras suaves	21
Categorias 0-abelianas	22
A P -Theorem for Inverse Semigroupoids	23

Palestrantes

Csaba Schneider (UFMG)

Eduardo do Nascimento Marcos (IME-USP)

Eliezer Batista (UFSC)

German Alonso Benitez Monsalve (UFAM)

Grasiela Martini (UFRGS)

Gustavo Pereira Costa (UFAM)

John Macquarrie (UFMG)

Kostiantyn Iusenko (IME-USP)

Leonardo Duarte Silva (UFRGS)

Lucas Henrique Rocha de Souza (UFMG)

Luiz Lara (Unicamp)

Marcelo Moreira da Silva (UNIFAL-MG)

María de los Ángeles Chara (CONICET-UNL)

Marlon Estanislau (UFMG)

Matheus Vinicius dos Santos (UFPR)

Rodrigo Lucas Rodrigues (UFC)

Sabrina Ivanil Pereira (IME-USP)

Vitor Gulisz (Northeastern Univ., EUA)

Vitor Pretti (IME-USP)

Willian Velasco (UTFPR)

Programação

Dia 1 || 06/03/25

09:40 - 10:20 Eduardo N. Marcos
10:20 - 11:00 Kostiantyn Iusenko
11:00 - 11:40 Vitor do Vale Pretti
11:40 - 14:00 intervalo
14:00 - 14:40 John MacQuarrie
14:40 - 15:20 Lucas Henrique Rocha de Souza
15:20 - 16:00 Germán Benitez
16:00 - 16:20 intervalo
16:20 - 16:40 Marcelo Moreira da Silva
16:40 - 17:00 Gustavo Pereira Costa
17:00 - 17:20 Willian Velasco
17:20 - 17:40 Sabrina Ivanil
17:40 - 18:00 Marlon Estanislau
18:00 - 18:20 Matheus Vinicius dos Santos

Dia 2 || 07/03/25

9:40 - 10:20 Csaba Schneider
10:20 - 11:00 Rodrigo Lucas Rodrigues
11:00 - 11:40 María Chara
11:40 - 14:00 intervalo
14:00 - 14:40 Eliezer Batista
14:40 - 15:20 Grasiela Martini
15:20 - 16:00 Leonardo Duarte Silva
16:00 - 16:20 intervalo
16:20 - 17:00 Vitor Gulisz
17:00 - 17:40 Luiz Lara

Computação das invariantes de álgebras de Lie

Csaba Schneider

Universidade Federal de Minas Gerais

Dada uma álgebra de Lie, os seus invariantes são funções anuladas pela ação adjunta da álgebra. As invariantes polinomiais e racionais são particularmente interessantes na teoria das representações dessas álgebras. Nesta palestra vou apresentar procedimentos práticos para computar geradores do corpo das invariantes racionais de uma álgebra de Lie solúvel. Os algoritmos apresentados são implementados no sistema SageMath e a implementação pode ser usada para calcular geradores explícitos para uma classe ampla de álgebras.

τ -Hochschild (co)-homology, a τ pergunta de Happel, e a τ conjectura de Han

Eduardo N. Marcos

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo

A idéia central é seguir as noções modernas que usam a fórmula de Auslander para substituir os grupos $\text{Ext}(M, N)$ por $\text{DHom}(\tau N, M)$ e usamos as fórmulas usuais de Hochschild (co)-Homology usando os trasladados de Auslander-Reiten superiores.

Nós definimos as noções de τ -homologia e τ -cohomologia de Hochschild.

- ${}_{\tau}H^n(\Lambda, X) = \text{DHom}_{\Lambda-\Lambda}(X, \tau\Omega^{n-1}\Lambda)$
- ${}_{\tau}H^n(\Lambda, X) = \text{Hom}_{\Lambda-\Lambda}(DX, \tau\Omega^{n-1}\Lambda)$.

Substituímos X nas fórmulas anteriores por Λ .

Estudamos as perguntas de Happel para a τ -cohomologia, isto é, nos perguntamos se uma álgebra Λ tem dimensão global finita se e somente se a τ -cohomologia é finita. Se a τ -cohomologia é finita então a cohomologia de Hochschild é finita.

O mesmo fazemos para a τ -homologia, e sabemos que se a τ -homologia é finita então a homologia de Hochschild é finita.

Finalmente definimos uma noção que chamamos de dimensão global $+$ e $++$ e isso nos dá um critério de decidir se uma álgebra Λ tem τ -(co)homologia finita.

Este é um trabalho conjunto com Claude Cibils, Marcelo Lanzilotta e e Andrea Solotar.

Globalização de ações parciais e homs internos

Eliezer Batista

Universidade Federal de Santa Catarina

Nesta palestra, vamos apresentar a categoria de representações parciais de uma álgebra de Hopf H como sendo uma categoria módulo sobre a categoria monoidal dos módulos sobre H . Definiremos os homs internos para categorias módulos e mostraremos como a dilatação de módulos parciais está relacionada com esses homs internos. Mostraremos em particular como essa relação se dá no caso de representações parciais de grupos finitos. Este é um trabalho em colaboração com William Hautekiet e Joost Vercruysse, da ULB.

Complexos de cocadeia sobre um endofuntor: Uma abordagem homológica

Germán Benitez

Universidade Federal do Amazonas

Com o objetivo de fornecer uma generalização da Categoria de módulos sobre uma álgebra repetitiva, em [1], foi introduzida a categoria dos complexos de cocadeia sobre um endofuntor. Essa abordagem possibilitou, de certa forma, a unificação das categorias de complexos de cadeias e de módulos sobre uma álgebra repetitiva.

Nesta palestra, serão apresentados avanços sobre a categoria dos complexos de cadeias sobre um endofuntor, incluindo uma versão do functor de homologia, a categoria de homotopia, a cadeia de Hom (utilizada para definir o cone de um morfismo) e, por fim, os quase-projetivos.

Trabalho em andamento em colaboração com Pedro Hernandez Rizzo da UdeA - Colômbia.

Referências:

- 1 G. Benitez and P. Rizzo. Cochain complexes over a functor (2024). *arXiv preprint* arXiv:2403.18834

Ações Parciais de uma extensão de Hopf-Ore

Grasiela Martini

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

O objetivo deste trabalho é mostrar, sob certas condições, como estender uma ação parcial de uma álgebra de Hopf A sobre uma álgebra R para uma ação parcial de uma extensão de Hopf-Ore de A sobre R . Como consequência, será caracterizado todas as ações parciais das álgebras de Hopf de rank one.

From the homotopy category of projective modules over gentle algebras to poset representations

Gustavo Pereira Costa
Universidade Federal do ABC

In [3] is described a triangulated structure of a quotient of a certain category of representations of posets, nowadays known as the Bondarenko's category. This category was essential in [1](resp., [2]) for classifying all indecomposable objects of the derived category of (skew)gentle algebras. In view of this connection with the derived category, which possess a triangulated structure. In [4] is identified another triangulated structure for Bondarenko's category, allowing to utilize the functor presented in [1]. This functor will establish a connection between the triangulated structure of the homotopy category of gentle algebras and the new triangulated structure of a quotient of a certain Bondarenko's category.

In this talk I will give an introduction to the subject and discuss results that appeared in [3] and [4].

References:

- 1 V. Bekkert and H. A. Merklen, Indecomposables in derived categories of gentle algebras, *Algebr. Represent. Theory* 6 (2003), no. 3, 285–302.
- 2 V. Bekkert, E. N. Marcos and H. A. Merklen, Indecomposables in Derived Categories of Skewed-Gentle Algebras, *Communications in Algebra* Volume 31, 2003.
- 3 G. Benitez, G. Costa and L. Q. Pinto; Triangulated categories to representations of posets.
- 4 G. Benitez and G. Costa; From the homotopy category of projective modules over gentle algebras to poset representations. In preparation. 2024.

There aren't many blocks with infinite dihedral pro-2 defect group.

John MacQuarrie

Universidade Federal de Minas Gerais

A block of a (finite or profinite) group G is simply an indecomposable direct factor of the completed group algebra $k[[G]]$, where k is a field. To each block is associated a (pro-)p subgroup of G , called its defect group. A great deal of work has gone into classifying blocks of finite groups with “easy” defect group, and in particular blocks whose defect group is cyclic or dihedral are known. I’ll give an introduction to the block theory of finite and profinite groups, focusing on the classification of blocks with infinite dihedral pro-2 defect group. There are very few! I’ll discuss work from several projects, joint with Florian Eisele, Ricardo Franquiz Flores and Peter Symonds.

A relative homology criteria of smoothness

Kostiantyn Iusenko

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo

Smoothness is a fundamental concept in algebraic geometry, providing a key link between the geometric and algebraic properties of varieties. A fundamental result, due to Auslander-Buchsbaum and Serre, asserts that if V is an affine algebraic variety over a perfect field k with coordinate ring A , then the global dimension of A is finite if and only if V is smooth. Instead of considering a map $k \rightarrow A$, one can generalize this result by replacing k with a commutative ring B . A well-established criterion for smoothness in this case has several homological characterizations. In this talk, we provide a characterization of smoothness via relative global homology, developed by Hochschild, specifically focusing on the relative global dimension $\text{gldim}(A, B)$. We prove that if k is a perfect field, B is a finitely generated k -algebra, and A is a flat Noetherian B -algebra, locally of finite type, then the map $B \rightarrow A$ is smooth if and only if $\text{gldim}(A, B)$ is finite. This talk is based on joint work with Eduardo Marcos and Victor Pretti.

Par combinado de álgebras de Hopf fracas

Leonardo Duarte Silva

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Neste trabalho apresentamos o conceito de par combinado de álgebras de Hopf e investigamos condições para que a álgebra produto smash produzida tenha estrutura de álgebra de Hopf fraca novamente. Este conceito coincide com os clássicos pares combinados de Takeuchi e Majid no caso de álgebras de Hopf. Entretanto, é folclórico que ações e coações de álgebras de Hopf fracas se assemelham com ações e coações parciais de álgebras de Hopf, portanto este par combinado de álgebras de Hopf fraca é, em certo sentido, uma generalização de pares combinados parciais de álgebras de Hopf.

Referências:

- 1 D. Azevedo, G. Martini, A. Paques, L. Silva, Hopf algebras arising from partial (co)actions, *Journal of Algebra and Its Applications* 20 (01) (2021), 2140006.
- 2 S. Majid, *Foundations of quantum group theory*, Cambridge University Press, 1995.
- 3 M. Takeuchi, Matched pairs of groups and bismash products of Hopf algebras, *Communications in Algebra* 9 (1981), 841-882.

Módulos lineares condensados

Lucas Henrique Rocha de Souza
Universidade Federal de Minas Gerais

Scholze e Clausen definiram conjuntos condensados. Estes são feixes sobre o site definido na categoria de espaços profinitos (i.e. espaços topológicos que são Hausdorff, compactos e totalmente desconexos). Eles desenvolveram essa teoria para algumas aplicações em geometria algébrica. Nessa palestra apresentaremos uma construção análoga, chamada de módulos linearmente condensados, em que substituímos espaços profinitos por espaços vetoriais pseudocompactos.

Como aplicação, mostramos que determinada categoria de módulos topológicos pode ser mergulhada em categorias abelianas.

Constructing asymptotically Z -stable bundles over projective surfaces

Luiz Lara

Universidade Estadual de Campinas

We explore a kind of Bridgeland stability condition for vector bundles over a surface, which is known to detect the existence of deformed Hermitian-Yang-Mills metrics at the large volume limit – the asymptotic Z -stability. A Mumford-stable bundle is always asymptotically Z -stable, so we point out the algebraic constraints for a rank 3 bundle F over a projective surface to be asymptotically Z -stable but not Mumford-stable.

Subcategorias 2-Cluster Tilting de Álgebras de Incidência de Tipo de Representação Finita

Marcelo Moreira da Silva
Universidade Federal de Alfenas

Introduzidas por Iyama em 2008, as subcategorias n -cluster tilting têm sido amplamente estudadas devido às suas conexões com a teoria de representações, teoria de categorias e geometria algébrica. Pesquisas recentes têm se concentrado em caracterizações, construções e relações com outras estruturas algébricas. Nosso trabalho se insere nesse contexto, com o objetivo de investigar a existência de subcategorias 2-cluster tilting em categorias de módulos sobre álgebras de incidência de tipo de representação finita.

Cyclic Extensions and AG-Codes

María Chara

Researcher of CONICET at Universidad Nacional del Litoral

In this talk, we present a general method for constructing algebraic geometric (AG) cyclic codes. We begin by recalling some fundamental properties of AG-codes defined over a function field F over \mathbb{F}_q and its \mathbb{F}_q -automorphism group $\text{Aut}_{\mathbb{F}_q}(F)$. We then introduce the *sigma-method*, a technique for constructing cyclic AG-codes $C_L(D, G)$ based on the action of an automorphism $\sigma \in \text{Aut}_{\mathbb{F}_q}(F)$ on the rational places in the support of D .

We will show that cyclic extensions provide a natural framework for constructing sigma-cyclic AG-codes via this method. In particular, by considering a cyclic extension F'/F of function fields over \mathbb{F}_q , we exploit the structure of the Galois group $\text{Gal}(F'/F) \subset \text{Aut}_{\mathbb{F}_q}(F')$ to obtain concrete examples of sigma-cyclic AG-codes. Finally, we illustrate the method with explicit constructions over Kummer and Artin-Schreier extensions.

Some results on recognition of permutation modules

Marlon Estanislau

Universidade Federal de Minas Gerais

Let G be a finite p -group with normal subgroup N and R be a complete discrete valuation ring with residue field of characteristic p . When $R = \mathbb{Z}_p$, the most powerful detection theorem for $\mathbb{Z}_p G$ -permutation modules is due to A. Weiss. It identifies a permutation module in terms of its restriction to N and the action of G/N on its N -invariants. The theorem has fundamental applications when attacking difficult conjectures in diverse areas of algebra, including algebraic number theory and block theory. Weiss' Theorem applies only to a lattice that is free when restricted to N . In this talk, we present some generalizations of the theorem to recognize RG -permutation modules, allowing the lattice restricted to N to be more general types of RN -permutation module.

Sobre a Construção de Sistemas Estratificantes

Matheus Vinicius dos Santos
Universidade Federal do Paraná

Os sistemas estratificantes, introduzidos por Sáenz e Erdmann, generalizam os módulos estandares e são definidos por condições de ortogonalidade entre módulos indecomponíveis. Nesta apresentação, abordaremos a teoria básica desses sistemas e discutiremos resultados recentes sobre sua construção a partir de módulos τ -rígidos. Além disso, introduziremos a noção de família encaixante de pares de torção, que permite estender essa construção para um contexto mais geral.

Values of the length function for non-associative algebras

Rodrigo Lucas Rodrigues
Universidade Federal do Ceará

Let A be a unital (with identity element 1_A) finite dimensional not necessarily associative algebra over a field F . Any product of a finite number of elements of a finite subset $S \subset A$ is a word in the letters from S . The length of a word is equal to the number of letters different of 1_A in the corresponding product. By convention, 1_A is a word in any subset S of length 0.

If S is a generating system of the algebra A , that is, A is the smallest subalgebra of A containing S , then any element of A can be expressed as a linear combination of words in elements of S . If we can express all elements of A using words of length at most k , but we cannot use only words of length at most $k - 1$, we say that the length of the generating system is k . The length of a finitely generated algebra A , $l(A)$, is the maximal length of its finite generating systems.

Guterman and Kudryavtsev [1] started the study of length of non-associative algebras. In particular, they showed that any finite-dimensional non-associative algebra A has finite length, and if $\dim A = n > 2$, then the length is bounded by $l(A) \leq 2^{\dim A - 2}$.

The length of an algebra is an important invariant for the study of finite-dimensional algebras. In some sense, it measures the multiplicative complexity of the algebra.

In this talk, we investigate realizable values for the length on non-associative algebras [2,3]. In particular, we give a complete description of algebras of length 1 over an arbitrary field F [4]. This is a joint work with O. V. Markova (Lomonosov Moscow State University, Russia), C. Martínez (University of Oviedo, Spain) and Carlos Silva (University of Sao Paulo, Brazil).

References:

- 1 A.E. Guterman, D.K. Kudryavtsev, *Upper bounds for the length of non-associative algebras*. Journal of Algebra, Vol. 544 (2020), 483–497.

- 2 C.A.G. Silva, *Comprimetos de álgebras não associativas*, Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo. São Paulo. p. 82. 2020.
- 3 A.E. Guterman, D.K. Kudryavtsev, *Values of the length function for nonassociative algebras*. Communications in Algebra, Vol. 52(1) (2024), 392–407.
- 4 O. V. Markova, C. Martinez, R.L. Rodrigues, *Algebras of length one*. Journal of Pure and Applied Algebra, Vol. 226(7) (2022), paper no. 1069931, 16 pp.

The Hochschild cohomology ring for monomial algebras

Sabrina Ivanil

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo

The Hochschild cohomology of a k -algebra A with coefficients in the A -bimodule A is defined by $HH^*(A) = \bigoplus_{i \geq 0} \text{Ext}_{A^e}^i(A, A)$ and is invariant under both Morita equivalence and derived equivalences. A monomial algebra is a quotient of the path algebra kQ/I , where I is generated by monomials. In this seminar, we will present a method for calculating the Hochschild cohomology of monomial algebras and analyze their structure as a commutative ring with the cup product. We will also address the particular cases of algebras with square-zero radical and truncated quiver algebras. Based on a recent work by D. Artenstein, J. Letz, A. Oswald, and A. Solotar.

A homologia das álgebras suaves

Vitor do Vale Pretti
IME-USP

A suavidade é um dos conceitos fundamentais da matemática, permeando todos os grandes campos da Análise, Geometria e Álgebra. No contexto da álgebra comutativa, e analogamente na geometria algébrica, a suavidade de um anel aparece através da existência de sequências regulares gerando (localmente) o núcleo do morfismo de multiplicação. Um resultado muito celebrado da teoria é o Teorema de Auslander–Buchsbaum–Serre que relaciona este conceito de suavidade com a finitude da dimensão global do anel. Em conjunto com K.Iusenko e E. Marcos, provamos que um resultado análogo vale, quando consideramos álgebras comutativas e a dimensão global relativa desta álgebra. Apresentarei este resultado e, se possível, outras abordagens para lidar com o caso não-comutativo.

Categorias 0-abelianas

Vitor Gulisz

Northwestern University

Há aproximadamente 10 anos atrás, Jasso introduziu o conceito de categorias n -abelianas, que são análogas às categorias abelianas, mas que se baseiam em n -kernels e n -cokernels, ao invés de kernels e cokernels. Neste contexto, n é um inteiro positivo arbitrário, sendo que o caso $n = 1$ resulta em categorias abelianas. Naturalmente, surge a pergunta do que aconteceria se tivéssemos $n = 0$. Nesta palestra, iremos oferecer uma resposta para este problema, apresentando uma definição de categoria 0-abeliana, sendo esta baseada em 0-kernels e 0-cokernels. Iremos também discutir vários resultados básicos sobre categorias 0-abelianas, entre estes, um resultado análogo ao da sequência exata longa em categorias abelianas. Por fim, apresentaremos diversos problemas em aberto, e motivações para o estudo de tais categorias. Esta palestra será baseada em um trabalho em progresso.

A P -Theorem for Inverse Semigroupoids

Willian Goulart Gomes Velasco
Universidade Federal do Paraná

This work introduces a P -theorem within the framework of partial actions of groupoids on semilatticeoids (disjoint union of semilattices). We construct a McAlister triple $(\mathcal{G}, Y_{\mathcal{G}}, i(X))$ and its associated E -unitary inverse semigroupoid $P(\mathcal{G}, Y_{\mathcal{G}}, i(X))$, demonstrating the existence of a globalization for any given partial groupoid action.

Additionally, we explore properties of inverse semigroupoids and establish necessary and sufficient conditions for them to be E -unitary. This study builds on and extends classical results like McAlister's P -theorem and incorporates elements of partial actions, generalizing these ideas to the broader category of semigroupoids.

This is a collaborative effort by Paulinho Demeneghi (Universidade Federal de Santa Catarina), Felipe Augusto Tasca (Instituto Federal do Paraná), Víctor Marín (Universidad del Tolima), and Willian Velasco.