

# **XIII SIMPÓSIO DE ÁLGEBRA**

Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR

7 e 8 de março de 2022.

RESUMOS

## Partial homology and cohomology of groups

Marcelo Muniz Alves  
Universidade Federal do Paraná  
*email: marcelomsa@ufpr.br*

Partial group actions were introduced in the 1990's as a means of providing a new way of building new  $G$ -graded algebras, analogous to the well-known construction of the skew group algebra associated to a  $G$ -action by automorphisms on an algebra  $A$ . One of the main motivations was to calculate a homological invariant of the algebra ( $K$ -theory). Twenty years later, with E. R. Alvares and M. J. Redondo, we presented a spectral sequence for the Hochschild cohomology of a partial skew group algebra, and in order to define it we introduced a cohomology for partial representations of groups. In this talk we will present this cohomology and also a homology of partial representations, obtained in joint work with D. Koschloukova and M. Dokuchaev. The main result connects the (co)homology of a partial representation and the (co)homology of an associated (global) representation.

## Bissecções generalizadas em Hopf algebróides

Eliezer Batista  
Universidade Federal de Santa Catarina  
*email: ebatista@mtm.ufsc.br*

Existem na literatura vários resultados que expressam a relação entre semigrupos inversos e grupóides. Dado um grupóide, podemos definir uma bissecção local como um par  $(u, X)$  em que  $X$  é um subconjunto do espaço de unidades do grupóide e  $u$  é uma função definida em  $X$  tomando valores no grupóide satisfazendo certas condições de compatibilidade com as funções estruturais do grupóide: `source` e `target`. Essas condições de compatibilidade fazem que, em última instância, o conjunto de todas as bissecções locais induza um semigrupo inverso de bijeções parcialmente definidas no espaço das unidades do grupóide. Nosso objetivo é estender a noção de bissecção local para Hopf algebróides comutativos sobre uma álgebra de base comutativa. Mais precisamente, definiremos o que são birretrações locais no grupóide. Esta denominação vem da ideia intuitiva de que, quando trabalhamos com Hopf algebróides, o sentido dos morfismos é invertido em relação ao que ocorre quando trabalhamos com grupóides. Daremos a definição de birretração local, mostraremos que o conjunto de todas as birretrações locais de um Hopf algebróide comutativo formam um semigrupo regular, mas a álgebra gerada por essas birretrações possui a estrutura de semigrupo inverso quântico, que é a estrutura algébrica que introduzimos para desempenhar, em relação aos Hopf algebróides, o mesmo papel que os semigrupos inversos desempenham em relação aos grupóides. Este é um trabalho desenvolvido em colaboração com Francielli Kuerten Boeing e Marcelo Muniz Silva Alves.

## Frisos e suas generalizações

Fernando Araújo Borges

Centro de Estudos do Mar, Universidade Federal do Paraná

*email: fernando.borges@ufpr.br*

O conceito de friso foi introduzido por Conway e Coxeter nos anos 70, em uma série de artigos com caráter recreativo. Em torno de 30 anos mais tarde, Caldero e Chapoton descobriram uma relação entre frisos e álgebras de conglomerado, o que renovou o interesse neste tópico, surgindo generalizações em várias direções. A mais recente, apresentada em 2020 por Schiffler e Gunawan, estuda o conceito de frisos como homomorfismos de uma álgebra de conglomerado para um domínio. Nesta palestra, discutiremos o conceito de frisos e suas generalizações.

## Ações e Coações para Categorias de Hopf

Jessica Boschi

Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Paraná

*email: jessicaboschi@utfpr.edu.br*

O estudo de ações e coações de álgebras de Hopf em álgebras é um dos objetivos centrais da teoria das álgebras de Hopf desde que as primeiras definições neste sentido começaram a surgir no final dos anos 60. Isso possibilitou mais tarde que a teoria de Galois fosse ampliada levando às extensões Hopf-Galois de álgebras ([3], 1981). Na década de 90 ([4], 1994), as álgebras de Hopf passaram a ser vistas também por meio de uma abordagem categórica a partir de uma categoria monoidal trançada e, dessa forma, as álgebras de Hopf usuais são álgebras de Hopf na categoria dos  $k$ -espaços vetoriais. Com isso, outras estruturas podem ser vistas como álgebras de Hopf tomando a categoria adequada, como por exemplo, os grupos que são álgebras de Hopf na categoria dos conjuntos. Em 2016, Batista, Caenepeel e Vercruysse ([1]) ampliaram ainda mais essa forma de ver álgebras de Hopf introduzindo as categorias de Hopf e na sequência, Caenepeel e Fieremans ([2], 2018) desenvolveram uma teoria de Galois para categorias de Hopf. Entretanto, alguns dos resultados já conhecidos para as álgebras de Hopf usuais não puderam ser generalizados para as categorias de Hopf por meio da teoria desenvolvida nestes dois estudos. Neste trabalho mostraremos que modificando a definição de ação de uma categoria de Hopf, podemos obter uma construção geral de ação que imita a ação adjunta de uma álgebra de Hopf. Além disso, essa ação permite definir um produto smash que será uma extensão de Galois no sentido dado por [2]. Este trabalho faz parte da tese de doutorado que está sendo desenvolvida sob a orientação do professor Marcelo Muniz Silva Alves (UFPR).

### REFERÊNCIAS

- [1] BATISTA, E.; CAENEPEEL, S.; VERCRUYSSSE, J. Hopf categories. *Algebr. Represent. Theory* 19, 2016, 11731216.

- [2] CAENEPEEL, S.; FIEREMANS T. Descent and Galois theory for Hopf categories. Journal of Algebra and Its Applications, vol 17, No7, 2018.
- [3] KREIMER, H. F.; TAKEUCHI M. Hopf algebras and Galois extensions of an algebra. Indiana Univ. Math. J. 30, 1981, 675-692.
- [4] MAJID, S. Algebras and Hopf Algebras in Braided Categories. Advances in Hopf Algebras, Marcel Dekker Lec. Notes Pure and Applied Maths 158, 1994, 55-105.

## On the integration of the canonical class of a crossed module of Lie algebras

Olivier Brahic

Universidade Federal do Paraná

*email: brahic@ufpr.br*

Looking at a weakened version of a transitive Lie algebroid over a manifold  $M$ , we obtain a class in the 3rd De Rham cohomology  $[\phi] \in H^3(M, z_M)$  of  $M$ , with values in a flat bundle of abelian Lie algebras.

Algebraically, the construction is similar to the canonical class in  $H^3(out, z)$  associated with the crossed module of Lie algebras  $g \rightarrow der(g)$ .

We shall explain how to interpret the various geometric objects involved. In particular one can construct a 3-functor of holonomy, that allows one to see the integrals of  $\phi$  as measuring the higher commutativity of cubic diagrams.

## Hopf Group-Coálgebras e Espaços de Laços

Eduardo Hoefel

Universidade Federal do Paraná

*email: hoefel@ufpr.br*

A definição de Hopf Group-Coálgebras foi introduzida por Vladimir Turaev no contexto de TQFT's (Topological Quantum Field Theory) em dimensão 3. Neste seminário, falaremos sobre como produzir novos exemplos de tais estruturas usando construções topológicas bem conhecidas. Em especial, falaremos de espaços de laços e da construção CoBar no contexto das Group-Coálgebras.

# On Finite Relative Global Dimension

Kostiantyn Iusenko

Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo

*email: iusenko@ime.usp.br*

Studying homological properties of extension of (abstract) associative algebras (such as, vanishing of Hochschild homology, smoothness, preserving finitistic dimension, etc) quite naturally appears the concept of a relative global dimension of an extension of algebras. In this talk we will introduce the notion of relative global dimension (motivating its usage) and will discuss the non-trivial examples of extensions with a prescribed relative global dimension. This talk is based on joint works with John William MacQuarrie (UFMG).

## O estudo da estrutura da cohomologia de Hochschild da classe de álgebras de dimensão finita $A$ com: $\text{Hom}_{A-A}(DA, A) = 0$

Marcelo Moreira

Universidade Federal de Alfenas

*email: marcelo.moreira@unifal-mg.edu.br*

A cohomologia de Hochschild foi introduzida por G. Hochschild em 1946 [Hoc45]. Ele obteve informações sobre a estrutura da álgebra  $A$  através dos, agora, chamados grupos de cohomologia de Hochschild  $HH^n(A)$ . Nosso foco é estudar os grupos de cohomologia de Hochschild da classe de álgebras com a seguinte condição: o grupo dos homomorfismos de  $A$ -bimódulos  $DA \rightarrow A$  é trivial, isto é,  $\text{Hom}_{A-A}(DA, A) = 0$ , em que  $DA$  é o dual da álgebra  $A$ . Uma classe de álgebras bem conhecida que satisfaz essa condição são as álgebras Schurian.

O interesse sobre essa classe de álgebras nasceu na tentativa da generalização das sequências exata curta de grupos de cohomologia de Hochschild do trabalho [AGST16]:

$$0 \longrightarrow H^0(TA, DA) \longrightarrow HH^0(TA) \longrightarrow HH^0(A) \longrightarrow 0$$

$$0 \longrightarrow H^1(TA, DA) \oplus \mathcal{E}(DA) \longrightarrow HH^1(TA) \longrightarrow HH^1(A) \longrightarrow 0,$$

em que  $\mathcal{E}(DA)$  é o  $k$ -subespaço de  $\text{Hom}_{A-A}(DA, A)$  formado por todos os morfismos de  $A$ -bimódulos  $f: DA \rightarrow A$  tais que, para quaisquer  $x, y \in DA$ , temos que  $f(x)y + xf(y) = 0$ .

### REFERÊNCIAS

[AGST16] I Assem, M A Gatica, R Schiffler e R Taillefer. Hochschild cohomology of relation extension algebras. *Journal of Pure and Applied Algebra*, (220):2471–2499, 2016.

[Hoc45] G Hochschild. On the cohomology groups of an associative algebra. *Annals of Mathematics*, 46(2):58–67, 1945.

## A Variedade de Representações de Quivers

Dzoara Selene Núñez Ramos  
Universidade Federal do Amazonas  
*email: soaranunez@gmail.com*

O objetivo da teoria de representações de quivers é classificar todas as representações indecomponíveis e todos os morfismos irredutíveis entre elas, a menos de isomorfismos, para um quiver dado  $Q$ . Na maioria dos casos, especialmente com álgebras de tipo selvagem, o problema de classificação é extremamente difícil, pela dependência das classes de isomorfismos de representações em parâmetros contínuos arbitrários, para o qual, as ferramentas clássicas da teoria de representações de quivers não se aplica. O objetivo de esta palestra é motivar uma aproximação geométrica ao problema de classificação, desde o ponto de vista de Reineke em [Rei01].

Vamos ver que as classes de isomorfismos de representações de um vetor dimensão  $v$ , tem uma boa estrutura geométrica e correspondem às órbitas de certo GL-grupo agindo sobre certa variedade. Essa estrutura permite o estudo da classificação de representações de quivers usando técnicas geométricas. Vamos apresentar uma introdução a essa teoria e alguns exemplos, entre eles Kronecker de 3 flechas, o qual é de tipo selvagem.

### REFERÊNCIAS

[Rei01] Reineke, Markus, Moduli of Representations of Quivers. Mathematics Subject Classification (2000). Primary 16G20, secondary 14D20, 14L24.

## A álgebra parcial de um grupo como a álgebra de convolução de uma categoria inversa

Willian Velasco  
Universidade Federal do Paraná  
*email: willianvelasco@protonmail.com*

Ações parciais de grupo formam um campo teórico (em teoria de representações, álgebra de operadores e afins) que engloba as ações de grupo usuais. Assim como estas, ações parciais induzem a definição de uma álgebra de grupo, aqui chamada de álgebra parcial de grupo.

Nesta palestra discorreremos sobre as estruturas algébricas envolvidas na definição de tal álgebra parcial. Isto nos motivará a (re)interpretar tais fatos do ponto de vista categórico. Em particular, por meio de ações fibradas de categorias inversas.

Este trabalho é realizado em colaboração com Marcelo M. Alves (UFPR); apresentaremos resultados ainda não publicados decorrentes da tese de doutoramento do palestrante. O trabalho intitula-se "Algebras of expanded structures" e encontra-se disponível em

<https://sites.google.com/site/willianvelasco/trabalhos> .